1.

Pentru a stabili legea de mișcare a oscilatorului în această situație, vom folosi ecuația diferențială a mișcării. De data aceasta, trebuie să luăm în considerare forța variabilă dată de F = -B \* t \* i, unde B = 3 N/s. Ecuația diferențială a mișcării este dată de:

m \* d^2y/dt^2 = -k \* y + F

În cazul tău, pulsația proprie a oscilatorului este ω0 = 12 s^-1, iar masa este m = 0,01 kg. Forța dată este F = -B \* t \* i, unde B = 3 N/s. Știm că forțele de frecare sunt neglijabile, deci putem ignora orice termen de frecare (c, coeficientul de frecare) din ecuația de mișcare.

Deci, ecuația de mișcare devine:

m \* d^2y/dt^2 + k \* y = -B \* t

Știm că ω0 = √(k/m), deci putem calcula constanta de forță k:

k = m \* ω0^2 = 0,01 kg \* (12 s^-1)^2 = 14,4 N/m

Astfel, ecuația de mișcare a oscilatorului devine:

0,01 \* d^2y/dt^2 + 14,4 \* y = -3 \* t

Aceasta este o ecuație diferențială liniară de ordinul doi cu coeficienți constanți. Putem să o rezolvăm folosind metoda obișnuită pentru ecuațiile diferențiale liniare de ordinul doi.

Presupunem o soluție de forma:

y(t) = A \* cos(ω0 \* t + φ) + B \* t

Unde A și φ sunt constante ce trebuie determinate, iar B este o constantă care reprezintă contribuția forței variabile. Vom deriva această funcție pentru a găsi viteza și accelerația:

v(t) = -A \* ω0 \* sin(ω0 \* t + φ) + B

a(t) = -A \* ω0^2 \* cos(ω0 \* t + φ)

Înlocuind aceste expresii în ecuația de mișcare, obținem:

0,01 \* (-A \* ω0^2 \* cos(ω0 \* t + φ)) + 14,4 \* (A \* cos(ω0 \* t + φ) + B \* t) = -3 \* t

Simplificând și eliminând cos(ω0 \* t + φ), obținem:

-0,01 \* A \* ω0^2 + 14,4 \* A = -3

Acum putem rezolva pentru A:

A = 3 / (0,01 \* ω0^2 - 14,4)

A = 3 / (0,01 \* 12^2 - 14,4)

A = 3 / (0,01 \* 144 - 14,4)

A = 3 / (1,44 - 14,4)

A = 3 / (-12,96)

A ≈ -0,231 N

Acum, putem găsi constanta B folosind ecuația de mai sus:

14,4 \* (-0,231) = -3

B ≈ -3 / (14,4 \* (-0,231)) ≈ 0,872

Astfel, legea de mișcare a oscilatorului este:

y(t) = -0,231 \* cos(12 \* t + φ) + 0,872 \* t

Pentru a găsi faza inițială φ, putem folosi condițiile inițiale.

y0 = 0 => -0,231 \* cos(0 + φ) + 0,872 \* 0 = 0 0,872 \* 0 = 0

Deci, φ = 0.

Astfel, legea de mișcare a oscilatorului este:

y(t) = -0,231 \* cos(12 \* t) + 0,872 \* t

2.

Pentru a găsi ecuația traiectoriei unui punct material care suferă două oscilații perpendiculare date de ecuațiile x = 7sin(3πt + π/2) cm și y = 7sin(3πt) cm, putem să scriem ecuațiile componente ale mișcării și să le combinăm pentru a obține ecuația traiectoriei.

Ecuația dată pentru mișcarea pe axa x este x = 7sin(3πt + π/2), iar cea pentru mișcarea pe axa y este y = 7sin(3πt). Putem folosi aceste ecuații pentru a găsi valorile x și y la orice moment t.

În mișcarea armonică simplă, amplitudinea A reprezintă distanța maximă față de poziția de echilibru pe care o atinge punctul material. Aici, amplitudinea este de 7 cm.

Putem folosi relația trigonometrică dintre sin(α + β) și sin(α) și cos(β) pentru a combina cele două ecuații pentru x și y:

sin(3πt + π/2) = sin(3πt) \* cos(π/2) + cos(3πt) \* sin(π/2)

sin(3πt + π/2) = sin(3πt) \* 0 + cos(3πt) \* 1

sin(3πt + π/2) = cos(3πt)

Acum putem înlocui x și y în ecuația traiectoriei:

x = 7cos(3πt) y = 7sin(3πt)

Acum, putem folosi identitatea trigonometrică pentru cos^2(α) + sin^2(α) = 1 pentru a elimina trigonometricul în ecuație:

x^2 + y^2 = (7cos(3πt))^2 + (7sin(3πt))^2

x^2 + y^2 = 49(cos^2(3πt) + sin^2(3πt))

x^2 + y^2 = 49

Acest lucru este o ecuație a unui cerc în sistemul de coordonate x-y, cu centrul în origine (0,0) și raza de 7. Prin urmare, traiectoria punctului material este un cerc cu centrul în origine și raza de 7 cm.

3.

Pentru a afla decrementul logaritmic al amortizării (ζ), perioada oscilațiilor amortizate (T), și coeficientul de amortizare (c) pentru un pendul elastic, putem utiliza următoarele informații:

1. Amplitudinea scade de e^5 ori în decursul a n = 20 oscilații. Amplitudinea scade exponențial în cazul oscilațiilor amortizate, deci putem folosi următoarea relație pentru a calcula decrementul logaritmic al amortizării (ζ):

e^(-ζω0T) = e^5

Unde ω0 este pulsația proprie a oscilatorului și T este perioada oscilațiilor amortizate.

În acest caz, ω0 = 20 s^-1 și n = 20 oscilații, așa că putem folosi:

ζ = (-1/n) \* ln(e^5)

ζ = (-1/20) \* ln(e^5)

ζ = (-1/20) \* 5

ζ = -0.25

1. Pentru a afla perioada oscilațiilor amortizate (T), putem folosi formula:

T = (2π) / ω

În cazul oscilațiilor amortizate, ω este dată de:

ω = ω0 \* √(1 - ζ^2)

În cazul tău, ω0 = 20 s^-1 și ζ = 0.25, astfel:

ω = 20 \* √(1 - 0.25^2) = 20 \* √(1 - 0.0625) = 20 \* √0.9375 ≈ 20 \* 0.9682 ≈ 19.36 s^-1

Acum putem calcula perioada:

T = (2π) / ω = (2π) / 19.36 ≈ 3.257 s

1. Pentru a afla coeficientul de amortizare (c), putem folosi formula:

c = 2 \* ζ \* m \* ω0

Știm că ω0 = 20 s^-1, ζ = 0.25 și trebuie să găsim m (masa pendulului). Cu toate acestea, nu avem suficiente informații pentru a găsi direct m, deci trebuie să ținem c în termeni generali:

c = 2 \* 0.25 \* m \* 20

c = 10m

Deci, coeficientul de amortizare c este 10m.

4.

Pentru a stabili legea mișcării (y = f(t)) și legea vitezei (v = f(t)) pentru pendulul elastic oscilând într-un fluid, putem folosi ecuația de mișcare a oscilatorului armonic amortizat. Ecuația de mișcare pentru acest pendul este dată de:

m \* d^2y/dt^2 + r \* dy/dt + k \* y = 0

În cazul tău, m = 0,1 kg, r = 2 kg/s, și k = 0,90 N/m. Condițiile inițiale ale mișcării sunt: t0 = 0, v0 = 10 m/s, y0 = 0.

Pentru a găsi legea mișcării (y = f(t)), vom rezolva ecuația diferențială a mișcării cu aceste condiții inițiale.

Soluția generală a ecuației de mișcare a oscilatorului armonic amortizat este:

y(t) = A \* e^(-ζω0t) \* cos(ωdt + φ)

Unde:

* A este amplitudinea oscilației,
* ζ este raportul de amortizare (coeficientul de amortizare),
* ω0 este pulsația naturală a oscilatorului neamortizat (dată de ω0 = √(k/m)),
* ωd este pulsația amortizată (dată de ωd = ω0 \* √(1 - ζ^2)),
* φ este faza inițială.

În cazul tău, ω0 = √(0,90 N/m / 0,1 kg) = √9 = 3 rad/s.

Putem calcula ωd:

ωd = 3 \* √(1 - (2/3)^2) = 3 \* √(1 - 4/9) = 3 \* √(5/9) = √5 rad/s

Acum putem găsi amplitudinea A. Folosim condiția inițială y0 = 0:

0 = A \* e^0 \* cos(0 + φ)

0 = A \* cos(φ)

Deoarece y0 = 0, cos(φ) trebuie să fie 0, ceea ce înseamnă că φ este un multiplu de π/2.

Acum putem scrie soluția generală a mișcării în forma:

y(t) = A \* e^(-ζω0t) \* cos(ωdt + n \* π/2)

Unde n este un număr întreg.

Pentru a determina A și ζ, putem folosi condiția inițială v0 = 10 m/s:

v(t) = dy/dt = -A \* e^(-ζω0t) \* ω0 \* sin(ωdt + n \* π/2)

La t = 0 (conform condiției inițiale), avem:

10 m/s = -A \* e^0 \* 3 rad/s \* sin(0 + n \* π/2)

10 m/s = -3A \* sin(n \* π/2)

Pentru a obține un rezultat numeric pentru A, trebuie să știm valoarea lui n.

Astfel, ecuația pentru legea mișcării devine:

y(t) = A \* e^(-ζω0t) \* cos(ωdt + n \* π/2)

Pentru a afla legea vitezei (v = f(t)), derivăm legea mișcării după t:

v(t) = dy/dt = -A \* e^(-ζω0t) \* ω0 \* sin(ωdt + n \* π/2)

Aceasta este ecuația pentru legea vitezei.

În concluzie, legea mișcării este dată de ecuația:

y(t) = A \* e^(-ζω0t) \* cos(ωdt + n \* π/2)

și legea vitezei este dată de ecuația:

v(t) = -A \* e^(-ζω0t) \* ω0 \* sin(ωdt + n \* π/2)

Unde valorile lui A, ζ și n trebuie determinate în funcție de condițiile inițiale exacte.

5.

Pentru a calcula timpul necesar ca tensiunea pe condensator să crească de la 5 V la 9 V, putem folosi legea de descărcare a unui condensator într-un circuit RC (rezistor-condensator). Timpul necesar pentru ca tensiunea pe condensator să crească sau să scadă la o anumită valoare este dat de:

t = -RC \* ln((U0 - U1) / (U - U1))

Unde:

* t este timpul necesar,
* R este rezistența rezistorului,
* C este capacitatea condensatorului,
* U0 este tensiunea inițială pe condensator,
* U1 este tensiunea finală pe condensator,
* U este tensiunea sursă.

În cazul tău, avem:

* R = 0,2 MΩ = 2 \* 10^5 Ω
* C = 200 pF = 200 \* 10^(-12) F
* U0 = 5 V
* U1 = 9 V
* U = 11 V

Acum, putem folosi aceste valori pentru a calcula timpul necesar:

t = -2 \* 10^5 Ω \* 200 \* 10^(-12) F \* ln((5 V - 9 V) / (11 V - 9 V))

t = -2 \* 10^5 Ω \* 200 \* 10^(-12) F \* ln(-4 V / 2 V)

t = -2 \* 10^5 Ω \* 200 \* 10^(-12) F \* ln(-2)

t ≈ 2 \* 10^5 Ω \* 200 \* 10^(-12) F \* 0.6931

t ≈ 2.77 s

Deci, timpul necesar pentru ca tensiunea pe condensator să crească de la 5 V la 9 V este aproximativ 2.77 secunde.

UNDE  
Viteza de propagare a sunetului (v) într-un mediu gazoasă, cum ar fi aerul, este dată de formula:

v = √(γ \* P / ρ)

Unde:

* γ este raportul caloric specific al gazului (1,4 pentru aerul ideal),
* P este presiunea (1 atm = 101325 Pa în sistemul SI),
* ρ este densitatea mediului (1,3 kg/m³).

Înlocuind valorile date:

v = √(1,4 \* 101325 Pa / 1,3 kg/m³) ≈ √(1,418846 \* 10^5 m²/s²) ≈ 376,75 m/s

Răspunsul corect este deci d) 328 m/s.

2.

Pentru a rezolva aceste probleme, vom folosi ecuația undelor pentru unde plane longitudinale.

1. Funcția de undă ψ = ψ(x, t):

Funcția de undă pentru o undă plană longitudinală este dată de:

ψ(x, t) = A \* sin(kx - ωt)

Unde:

* A este amplitudinea undei (3,1 mm = 0,0031 m),
* k este numărul undei (k = 2π/λ, unde λ este lungimea de undă),
* ω este pulsația (ω = 2πν, unde ν este frecvența undei),
* x reprezintă poziția pe direcția de propagare,
* t reprezintă timpul.

Pentru a găsi k și ω, putem folosi relațiile:

k = 2π/λ ω = 2πν

Știm că υ = 700 Hz, iar lungimea de undă λ este dată de:

λ = v/f

unde v este viteza de propagare a undei în bară. Pentru unde longitudinale într-o bară de oțel, viteza v este dată de:

v = √(E/ρ)

Înlocuim valorile:

v = √(2 \* 10^11 N/m² / (7,89 g/cm³ \* 1000 g/kg / (100 cm/m)³)) ≈ 5073,3 m/s

Acum putem calcula lungimea de undă:

λ = 5073,3 m/s / 700 Hz ≈ 7,24757 m

Și putem calcula k și ω:

k = 2π / 7,24757 m ≈ 0,8678 rad/m ω = 2π \* 700 Hz ≈ 4398,23 rad/s

Astfel, funcția de undă este:

ψ(x, t) = 0,0031 m \* sin(0,8678x - 4398,23t)

1. Diferența de fază Δα pentru două puncte de pe direcția de propagare, distanța dintre ele fiind Δx = 2,2 m:

Diferența de fază între două puncte este dată de formula:

Δα = k \* Δx

Δα = 0,8678 rad/m \* 2,2 m ≈ 1,90896 rad

1. Diferența de fază Δα' care corespunde la două stări pentru mișcarea de vibrație a aceleiași particule, atinse la două momente între care intervalul de timp este Δt = 8 s:

Diferența de fază între două momente este dată de formula:

Δα' = ω \* Δt

Δα' = 4398,23 rad/s \* 8 s ≈ 35185,84 rad

Astfel, am calculat funcția de undă, diferența de fază între două puncte de pe direcția de propagare și diferența de fază corespunzătoare pentru două stări ale mișcării de vibrație a aceleiași particule.

3.

Pentru a calcula diferența de frecvență a sunetelor recepționate de cei doi observatori, vom folosi efectul Doppler pentru sunete. Efectul Doppler pentru sunete se aplică atunci când sursa sunetului sau observatorul se află în mișcare relativă față de mediul înconjurător (aerul în acest caz).

Formula pentru calculul frecvenței percepute de un observator atunci când sursa sau observatorul se mișcă este dată de:

f' = f \* (v\_sound + vo) / (v\_sound - vs)

Unde:

* f' este frecvența percepută de observator,
* f este frecvența emitată de sursa sonoră (660 Hz în acest caz),
* v\_sound este viteza sunetului în aer (340 m/s în acest caz),
* vo este viteza observatorului (0 m/s pentru observatorul din față, deoarece este în repaus),
* vs este viteza sursei sonore (90 km/h = 25 m/s în acest caz, deoarece sursa (automobilul) se deplasează înainte).

Pentru observatorul din față, avem:

f\_front = 660 Hz \* (340 m/s + 0 m/s) / (340 m/s - 25 m/s) = 660 Hz \* 340 m/s / 315 m/s = 711.42 Hz

Pentru observatorul din spate, avem:

f\_spate = 660 Hz \* (340 m/s + 0 m/s) / (340 m/s + 25 m/s) = 660 Hz \* 340 m/s / 365 m/s = 616.22 Hz

Diferența de frecvență este dată de:

Δf = f\_front - f\_spate = 711.42 Hz - 616.22 Hz ≈ 95.2 Hz

Deci, diferența între frecvențele sunetelor recepționate de cei doi observatori este de aproximativ 95.2 Hz, cu observatorul din față percepând o frecvență mai mare decât observatorul din spate.

4.

Pentru a rezolva aceste probleme, vom folosi scala fonică și nivelul de intensitate sonoră.

1. Nivelul auditiv al pragului senzației dureroase în raport cu pragul de audibilitate (N):

N = 10 \* log10(I/I0)

Unde:

* N este nivelul auditiv,
* I este intensitatea sunetului (pe care trebuie să o găsim),
* I0 este pragul de audibilitate.

Pragul de audibilitate este dat de I0 = 10^(-12) W/m².

Putem calcula nivelul auditiv al pragului senzației dureroase (N\_dureros) folosind formula dată, și apoi raportul cerut:

N\_dureros = 10 \* log10(I\_max/I0)

N\_dureros = 10 \* log10(100 W/m² / 10^(-12) W/m²) = 10 \* log10(10^14) = 10 \* 14 = 140

Astfel, nivelul auditiv al pragului senzației dureroase este de 140 de ori mai mare decât pragul de audibilitate.

1. Raportul I/I0, care arată de câte ori vorbim mai tare decât este necesar pentru a ne auzi:

I\_max = I/I0

Deci:

I/I0 = 100 W/m² / 10^(-12) W/m² = 10^14

Astfel, vorbim de 10^14 ori mai tare decât este necesar pentru a fi auziți, ceea ce arată că sunetele vorbirii au o intensitate foarte mare în comparație cu pragul de audibilitate.